

UTPC 2013

D: 壊れかけのヒープ

問題案: 稲葉

解答: 稲葉、大坂

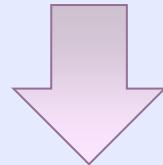


問題

- ◆ 与えられた配列を接尾辞として持つような、最小ヒープ木(子より親が小さい値を持つ木)を表現した配列の最短の長さを求めよ

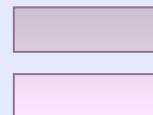
Input (length ≤ 100)

4 2 3

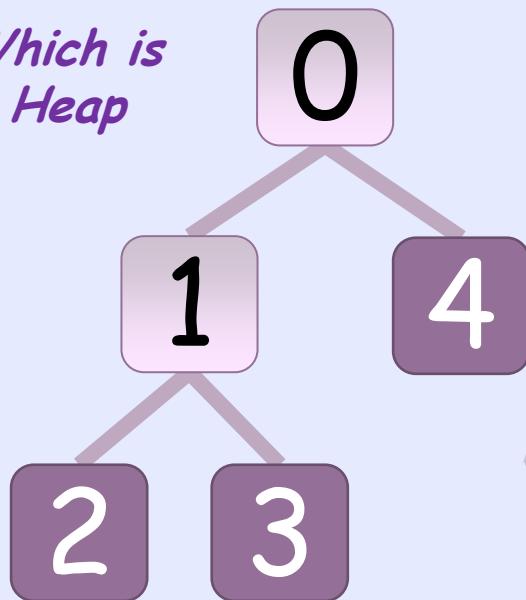


Output

0 1 4 2 3

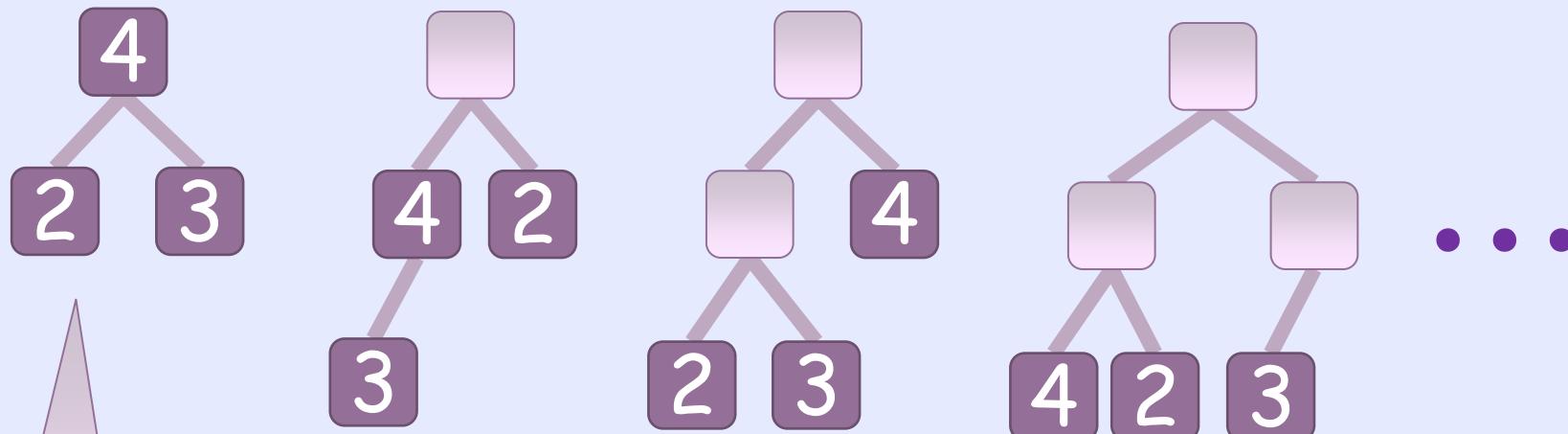


Which is a Heap



想定解法

- ◆ 入力を接尾辞を持つ形を短い順に全部試す



これはヒーフに なるかな？

これはヒーフに なるかな？

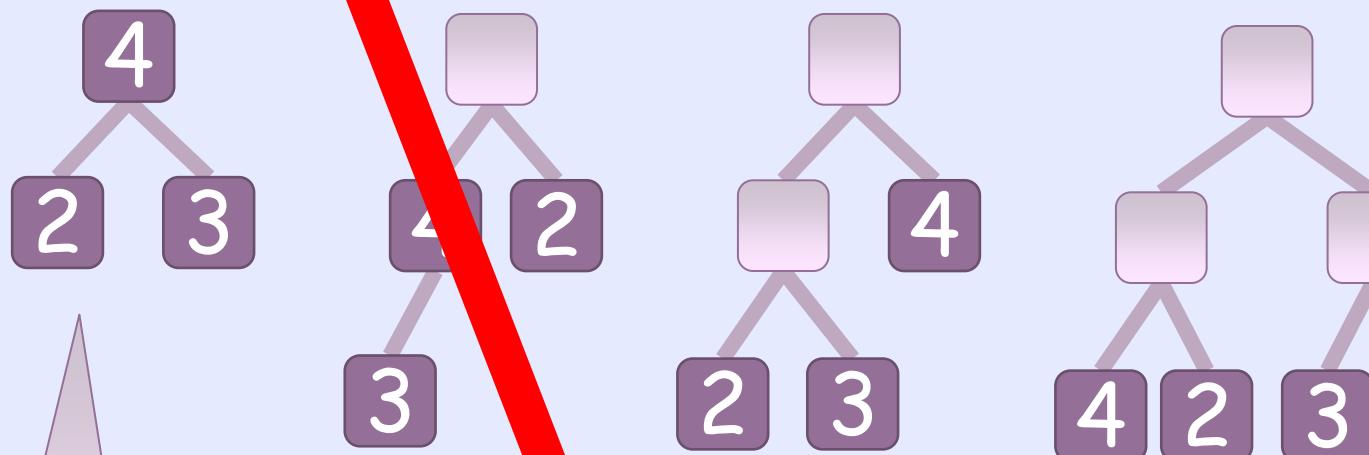
これはヒーフに なるかな？

これは・・・?

想定解法：注意点が2つ

ヒープになるかの判定：
空き要素  をどう埋める？

どのくらいのサイズまで
試したら不可能 -1 と
わかる？



これはヒープ
なるかな？

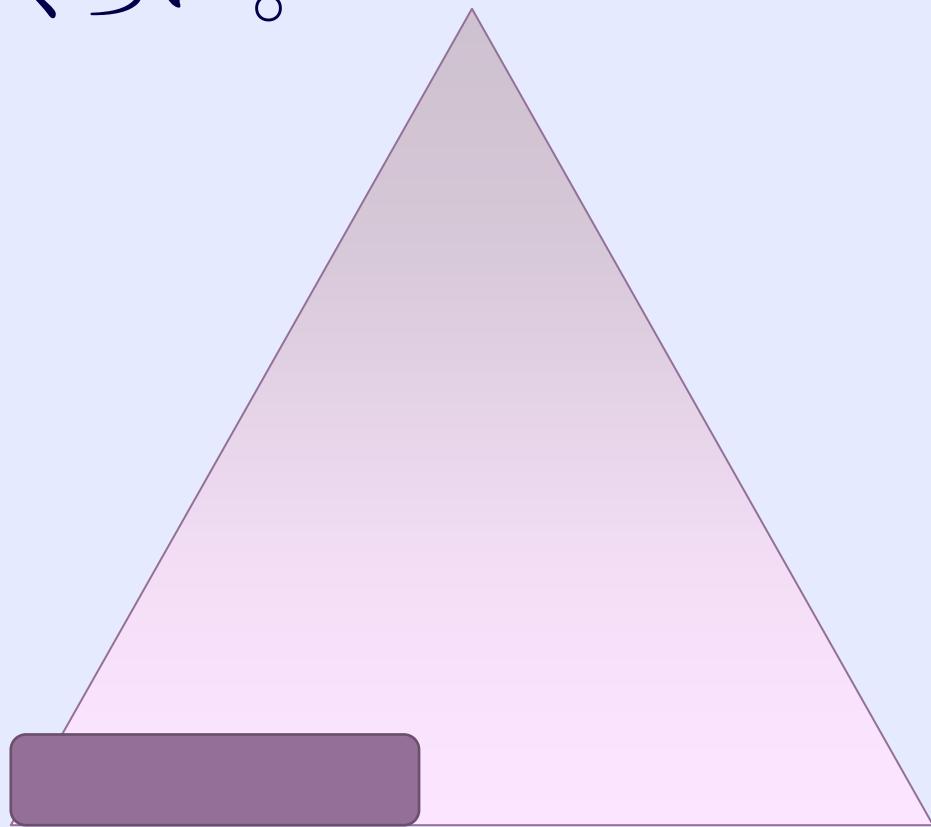
これはヒープに
なるかな？

これはヒープに
なるかな？

これは...？

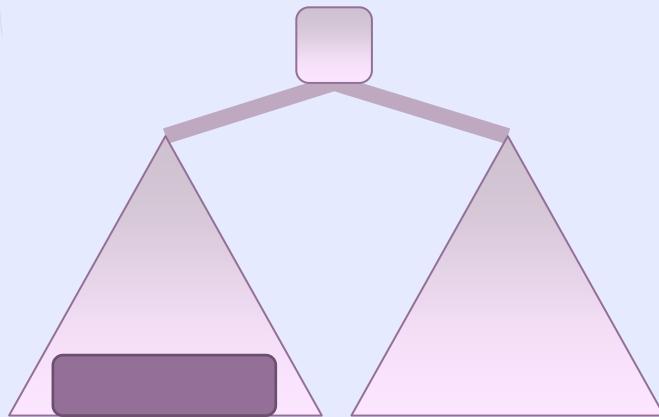
Q1: どのくらいのサイズまで試す？

A: このくらい。

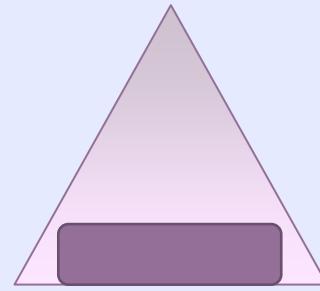


Q1: どのくらいのサイズまで試す？

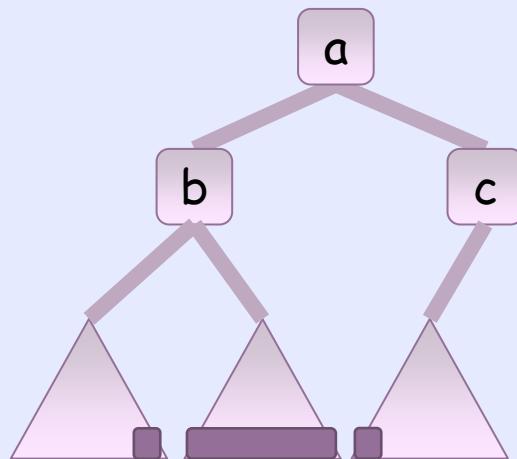
A: 入力長の倍以上に木の底辺が長い解があるなら
もっと短い解が存在したはずなのでそれ以上考えなくて良い



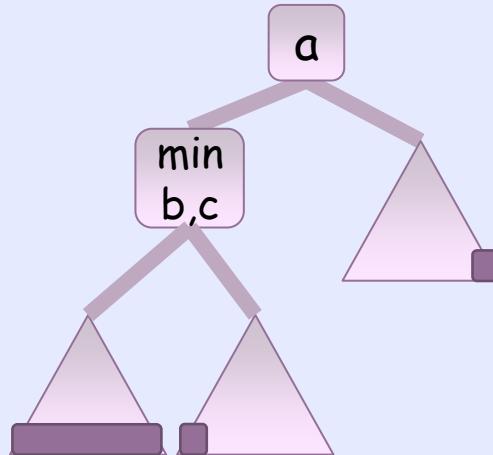
より



の方が
短い



より

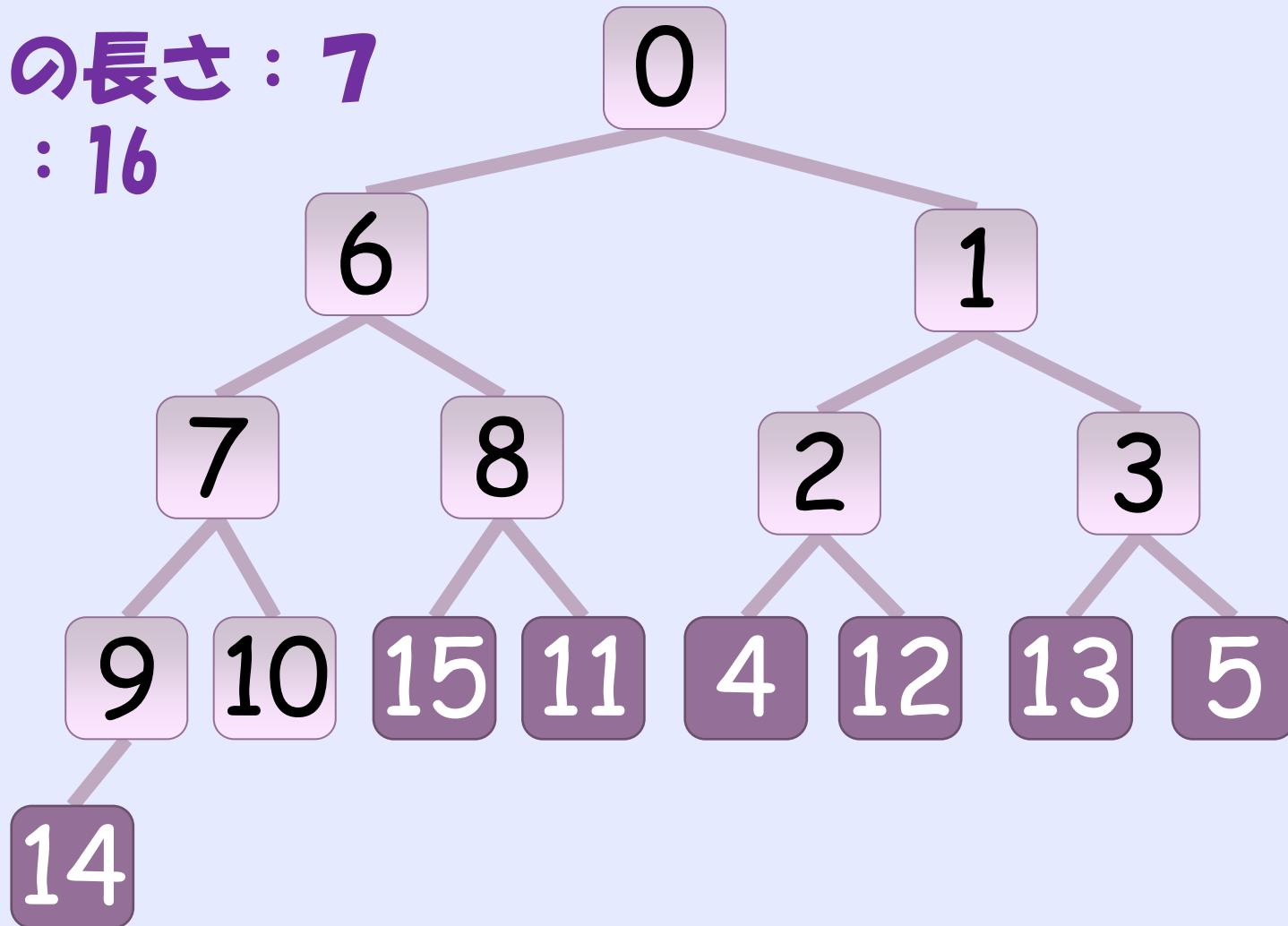


の方が
短い

など

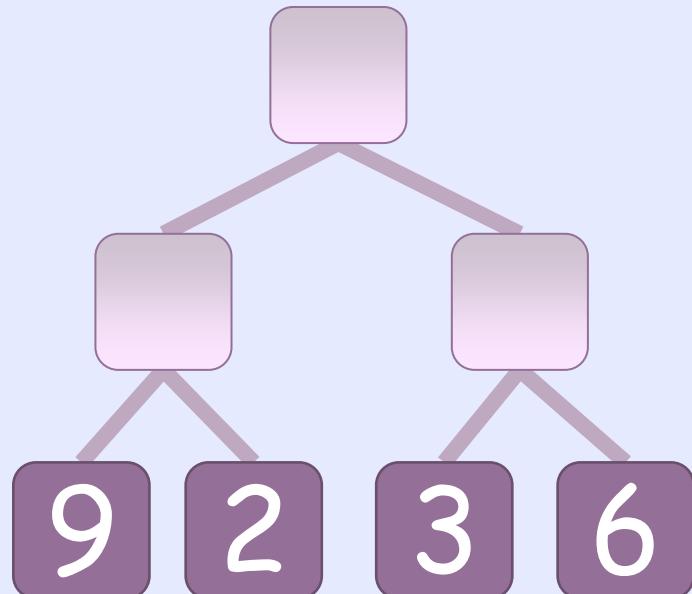
注意! “入力が葉に全部並ぶまで” や
“ $2N$ まで” は不十分

入力の長さ : 7
答え : 16



Q2: これはヒープになるかな？の判定

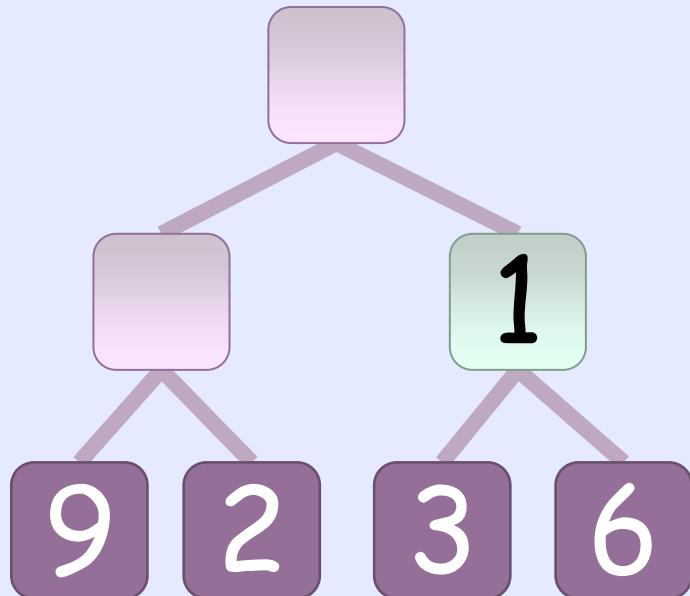
A: 下から順に、使える最大値を貪欲に埋める



これはヒープに
なるかな？

Q2: これはヒープになるかな？の判定

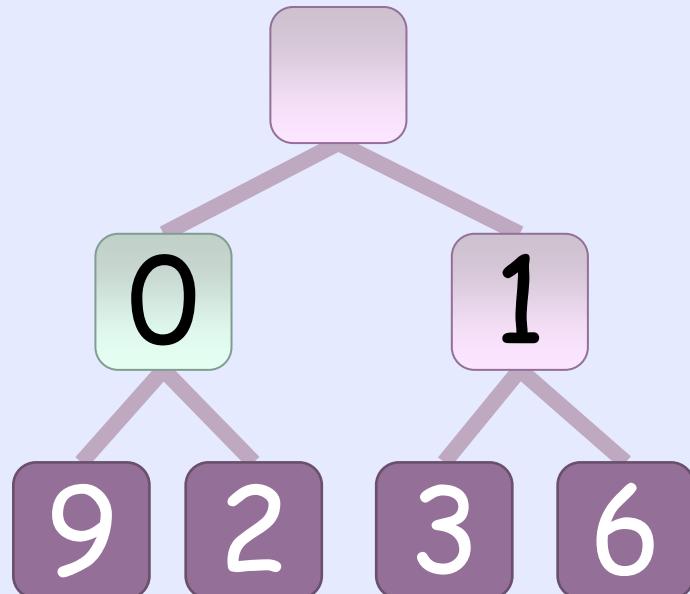
A: 下から順に、使える最大値を貪欲に埋める



3, 6 より小さい、
まだ使ってない
最大値

Q2: これはヒープになるかな？の判定

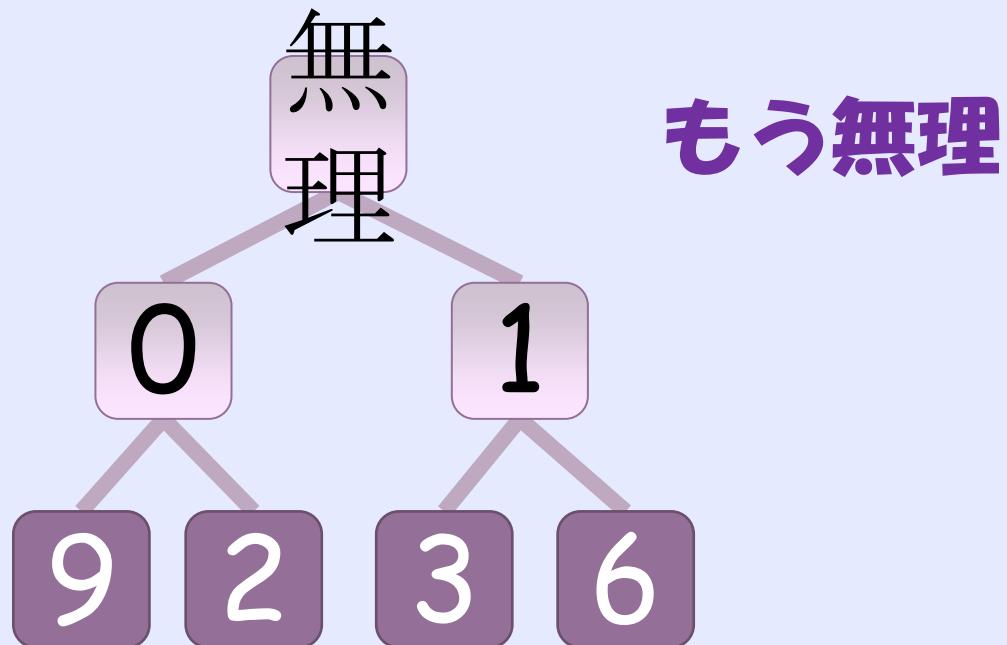
A: 下から順に、使える最大値を貪欲に埋める



2, 9 より小さい、
まだ使ってない
最大値

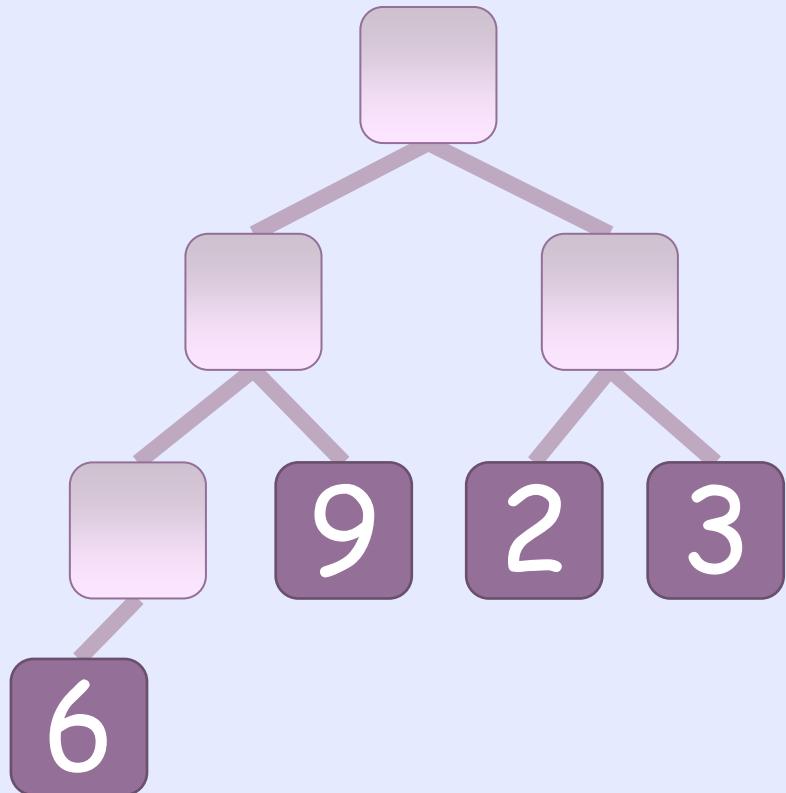
Q2: これはヒープになるかな？の判定

A: 下から順に、使える最大値を貪欲に埋める



Q2: これはヒープになるかな？の判定

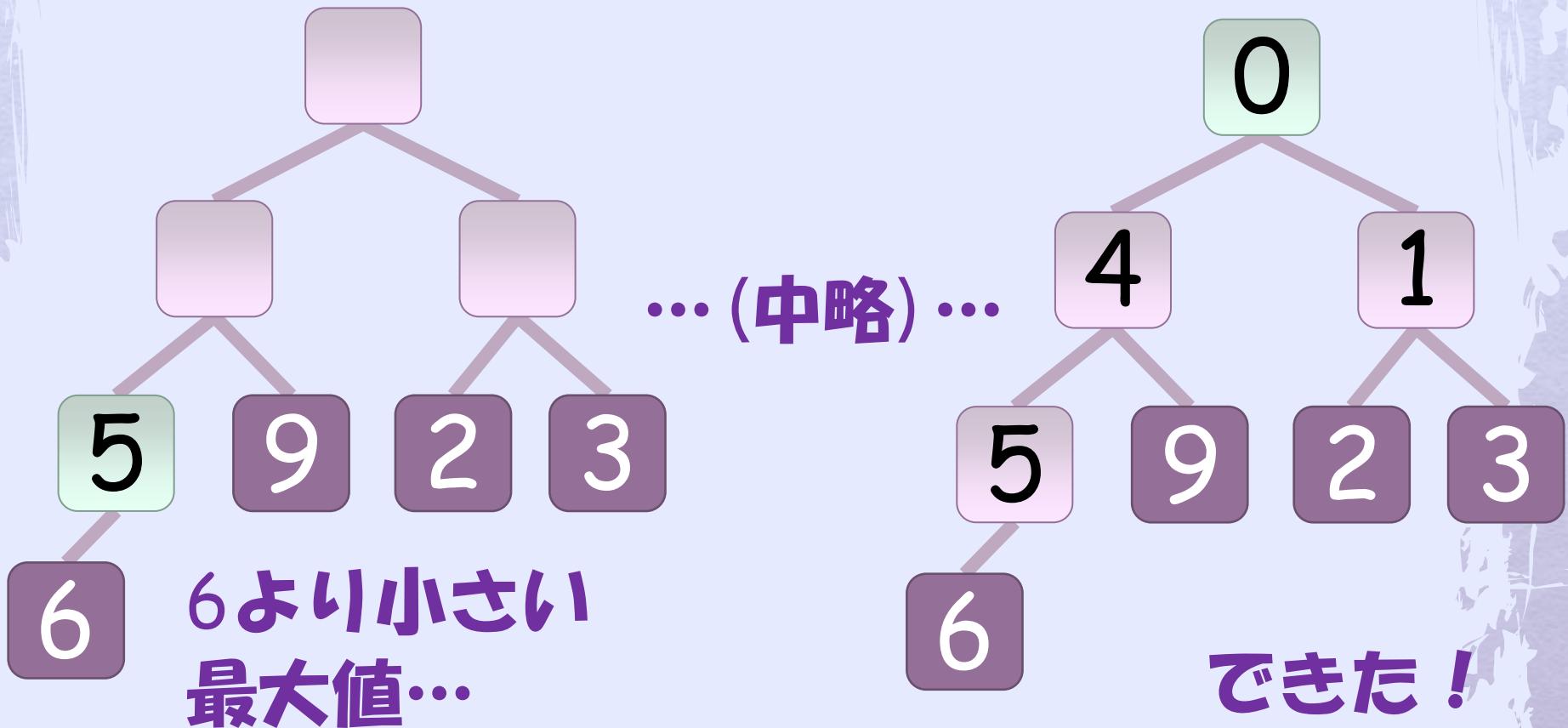
A: 下から順に、使える最大値を貪欲に埋める



これはヒープに
なるかな？

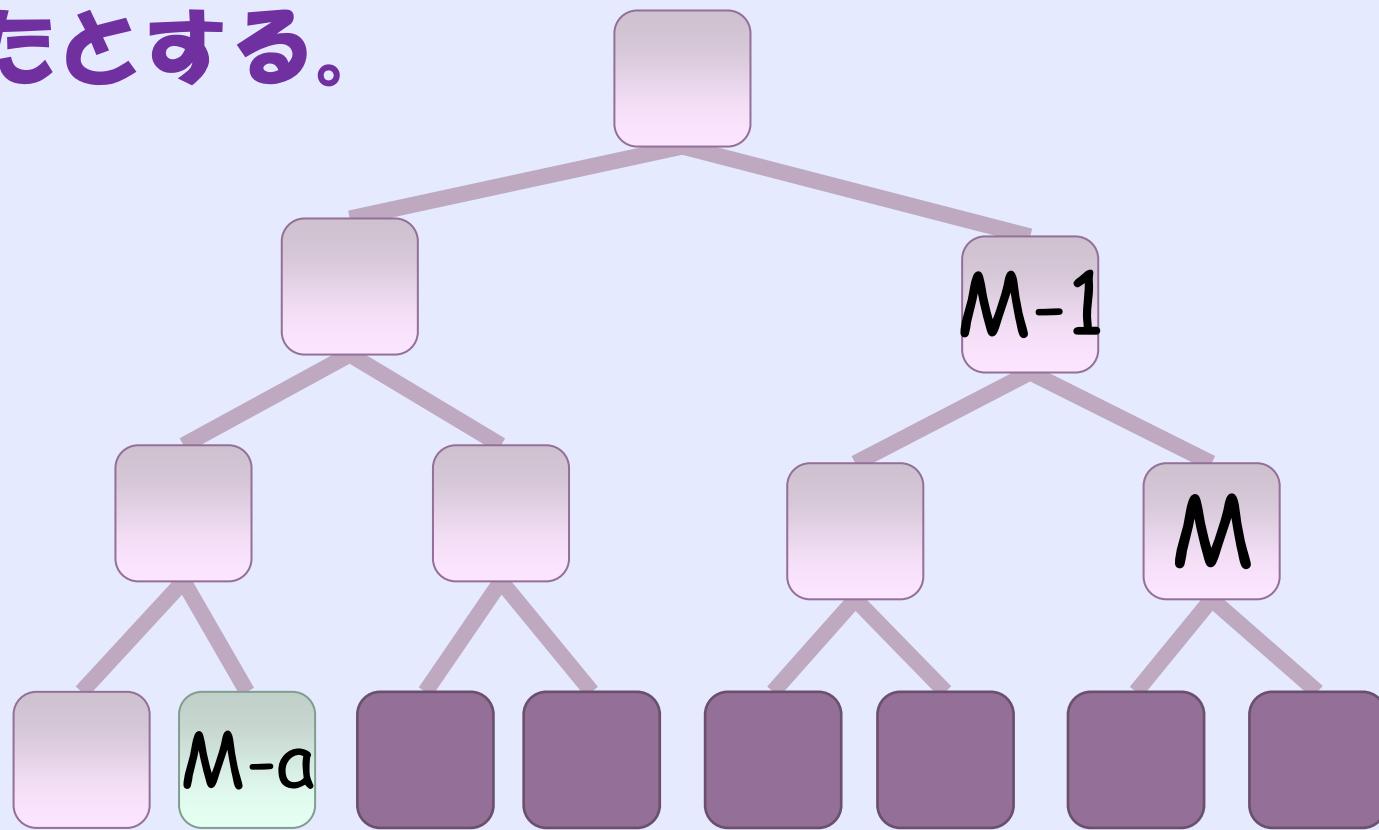
Q2: これはヒープになるかな？の判定

A: 下から順に、使える最大値を貪欲に埋める



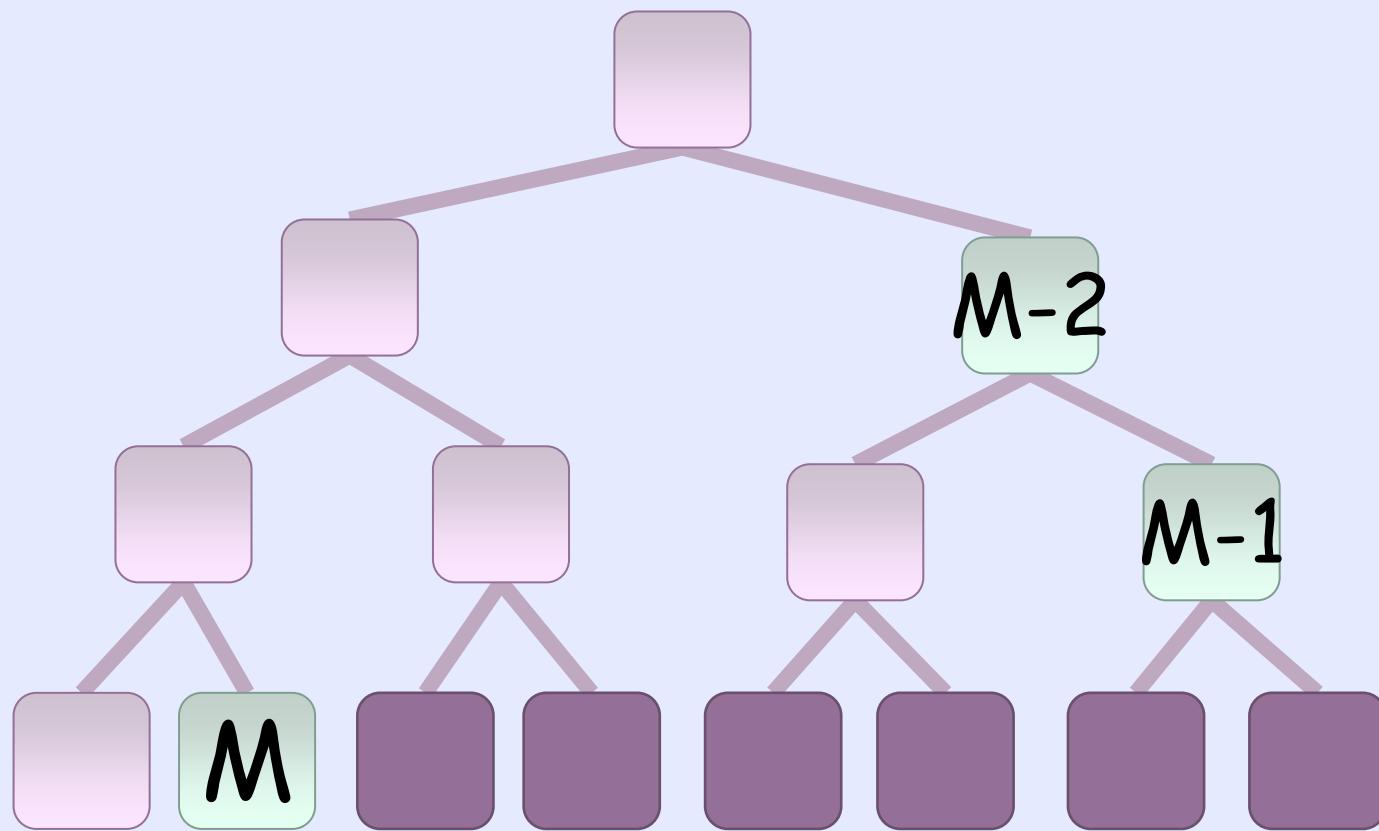
貪欲でよいことの証明 [1 / 2]

例：最大値 M は別の場所に使って
末尾では $M-a$ を使うヒープの作り方が
あったとする。



貪欲でよいことの証明 [2/2]

例：その別解で $[M-a, \dots, M]$ があった箇所を $[M, M-a, \dots]$ に置き換えてもヒープなのでOK



注意! 子供がない空き要素もある

